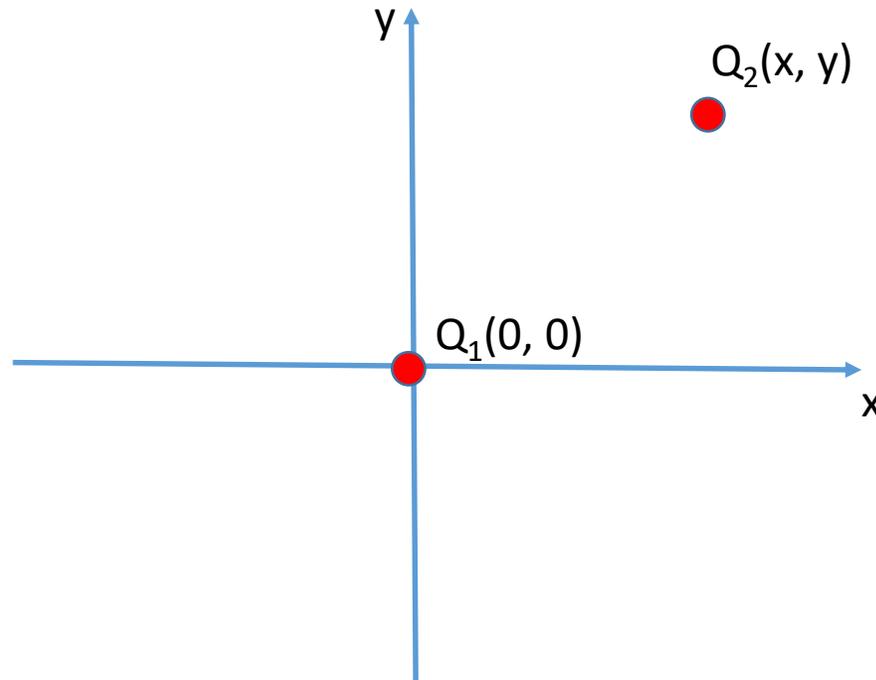


クーロン力の 動力学的シミュレーション

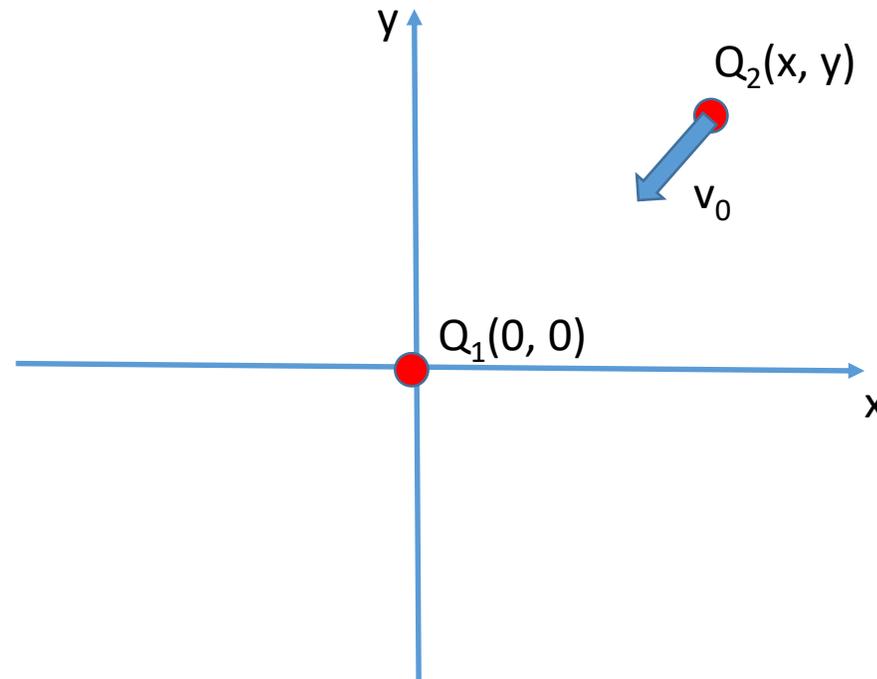
問題：電荷の動力的シミュレーション

- 2つの電荷 Q_1 と Q_2 を図のように二次元平面上に置く
- Q_1 は原点に固定し, Q_2 は平面上を自由に動けるものとする
- 2つの電荷の初期座標を $Q_1:(0,0)$, $Q_2:(x, y)$ とする



問題：電荷の動力的シミュレーション

- Q_2 を初速 $v_0=(v_x, v_y)$ を与えた場合の Q_2 の運動軌跡をシミュレーションせよ
- このとき電荷に働く力はクーロン力のみとする
- 電荷の質量は簡単のため"1"と仮定する

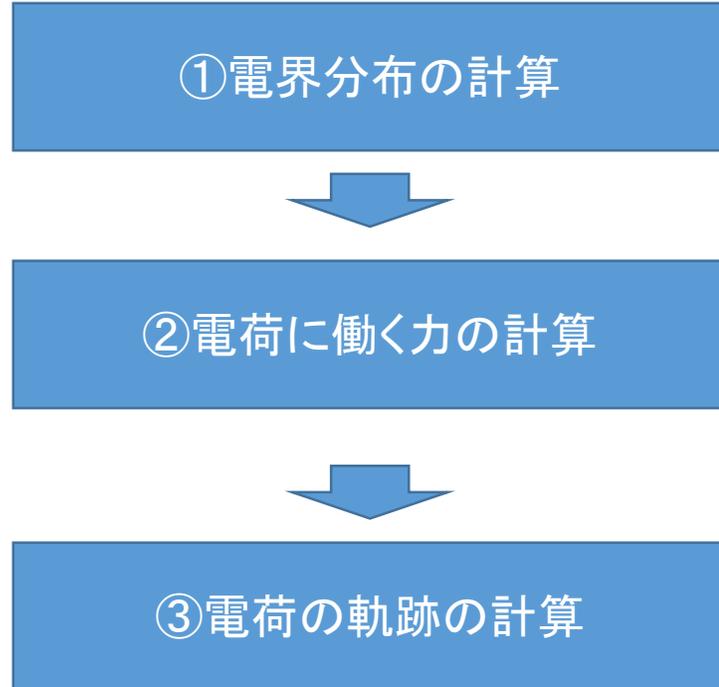


ポイント:

- Q_1, Q_2 が同符号であれば反発力
- 異符号であれば斥力
- v_0 の大きさ・方向に応じて軌跡が変化

プログラム作成ステップ

- 以下の順序でプログラムを作成する



①電界分布の計算

- 教科書 p. 10

ま と め

(1) 電荷 Q [C] が電界 E の存在する点に置かれたときに受ける力 F

$$F = QE \quad [\text{N}]$$

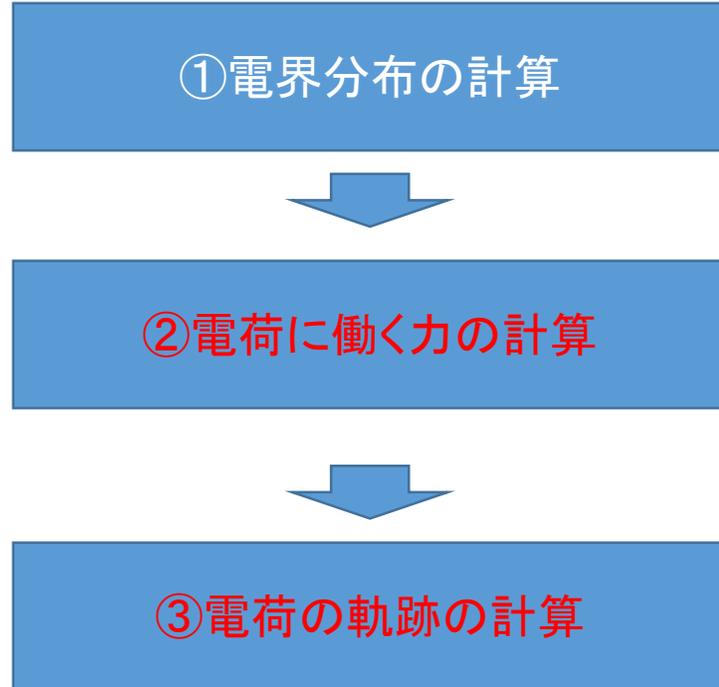
(2) 電荷 Q [C] が距離 r [m] 離れた点につくる電界 E

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{r}{r} \quad [\text{V/m}]$$

r は電荷 Q から r 離れた点までのベクトル

プログラム作成ステップ

- 以下の順序でプログラムを作成する



②電荷に働く力の計算

- 力Fと電界E, 電荷 Q_2 より運動方程式を立てる

$$F = Q_2 E$$

より, 電荷の位置座標をpとすると,

$$F = ma = m \frac{d^2 p}{dt^2}$$
$$\frac{d^2 p}{dt^2} = Q_2 E$$

となる. ここで仮定より質量mは1とした.

この微分方程式を解くことで電荷の位置座標pが求まる.

微分方程式の数値解法：オイラー法

- 微小時間変化 dt をステップ幅 Δt に変更する
- 時刻 t における電荷の速度を $v(t)$ とする
- 時刻 t_1 における電荷の位置座標 $p(t_1)$, 速度 $v(t_1)$ はそれぞれ

$$p(t_1) = p(t_0) + v(t_0) * \Delta t$$

$$v(t_1) = v(t_0) + a(t_0) * \Delta t$$

となる. ただし, $a(t_0)$ はクーロンの法則より $a = Q_2 E$ により求まる.

微分方程式の数値解法:オイラー法

- 同様にして時刻 t_2 では

$$p(t_2) = p(t_1) + v(t_1) * \Delta t$$

$$v(t_2) = v(t_1) + a(t_1) * \Delta t$$

となる. 以下同様に求めると時々刻々変化する位置座標 p と速度 v を求めることができる.

微分方程式の数値解法：オイラー法

- 微小時間変化 dt をステップ幅 Δt に変更する
- 時刻 t における電荷の速度を $v(t)$ とする
- 時刻 t_1 における電荷の位置座標 $p(t_1)$, 速度 $v(t_1)$ はそれぞれ

$$p(t_1) = p(t_0) + v(t_0) * \Delta t$$

$$v(t_1) = v(t_0) + a(t_0) * \Delta t$$

ポイント：
初期速度, 初期位置が必要

となる. ただし, $a(t_1)$ はクーロンの法則より $a = Q_2 E$ により求まる.

プログラム作成

- 以下のパラメータを最初に設定する

```
clear all;
```

```
dt = 0.01;
```

```
v0 = [-100,10];
```

```
pos = [1,1];
```

```
q2 = 1e-6;
```

```
e0 = 8.854e-12;
```

```
k = 1/(4*pi*e0);
```

```
q1 = 1;
```

電荷軌跡のアニメーション

```
v= v0;
```

```
figure(3);
```

```
axis([-10,10,-10,10]);
```

```
hold on
```

```
for t=0:dt:1
```

```
    (1)電界ベクトル計算
```

```
    (2)電荷位置の描画
```

```
    (3)オイラー法による電界および位置座標の計算
```

```
end
```

(1) 電界計算

```
for t=0:dt:1
```

```
    r = sqrt(pos(1)^2+pos(2)^2);
```

```
    Er = k*q1/r^2;
```

```
    rx = pos(1)/r;
```

```
    ry = pos(2)/r;
```

```
    Evec(1) = Er*rx;
```

```
    Evec(2) = Er*ry;
```

```
end
```

(2) 電荷位置の描画

```
for t=0:dt:1
```

```
    (1)電界計算(略)
```

```
    plot(pos(1),pos(2),'r+');
```

```
    pause(0.2)
```

```
end
```

(3) オイラー法による電界および位置座標の計算

```
for t=0:dt:1
```

```
    (1) 電界計算(略)
```

```
    (2) 電荷位置の描画(略)
```

```
    F = Evec*q2;
```

```
    pos = pos + v*dt;
```

```
    v = v + F*dt;
```

```
end
```