微分積分学1　第6回

2015年5月25日(月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の関数の不定積分の公式を完成させよ.

(1.1)　$a \neq -1$ の時, $\displaystyle\int x^a dx =$

(1.2)　$\displaystyle\int \frac{1}{x} dx =$

(1.3)　$a \neq 0$ の時, $\displaystyle\int e^{ax} dx =$

(1.4)　$\displaystyle\int \sin x dx =$

(1.5)　$\displaystyle\int \cos x dx =$

$\boxed{2}$ 部分積分をすることにより, 次の不定積分を計算しなさい.

(1) $\displaystyle I_1 = \int \log x dx$　(2) $\displaystyle I_2 = \int x \log x dx$　(3) $\displaystyle I_3 = \int \sqrt{1-x^2} dx$　(4) $\displaystyle I_4 = \int x^2 e^{2x} dx$

(5) $\displaystyle I_5 = \int e^x \cos x dx$

$\boxed{3}$ 置換積分をすることにより, 次の積分を計算せよ.

(1) $I_1 = \int (5x-2)\sqrt{1-x}dx$ (2) $I_2 = \int x(x^2+3)^5 dx$ (3) $I_3 = \int \cos^3 x dx$ (4) $I_4 = \int \sin^2 x \cos x dx$

$\boxed{4}$ $n = 0, 1, 2, \ldots$ に対して, $I_n = \int \sin^n x dx$ とおく.

(1) $n \geq 2$ に対し, $I_n = \dfrac{1}{n}\{-\cos x \sin^{n-1} x + (n-1)I_{n-2}\}$ を示せ.

(2) I_6 を求めよ.

微分積分学1　第7回(1枚目)

2015年6月1日(月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$ 次の関数の不定積分を求めなさい.

(1.1) $\dfrac{1}{x^5(x+1)}$　　(1.2) $\dfrac{x^2}{x^2-x-6}$　　(1.3) $\dfrac{1}{(x^2+1)(x^2+4)}$

$\boxed{2}$ 次の関数の不定積分を求めなさい.

(2.1) $\dfrac{1}{(x^2+1)^2}$ (ヒント: $\dfrac{1}{(x^2+1)^2} = \dfrac{x^2+1-x^2}{(x^2+1)^2}$ に注意せよ.)

(2.2) $\dfrac{1}{x^3+1}$

微分積分学 1　第 7 回 (2 枚目)

2015 年 6 月 1 日 (月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の関数の不定積分を求めなさい.

(1.1) $\dfrac{1}{x^3(2x+1)}$　　(1.2) $\dfrac{x^3}{x^2-1}$　　(1.3) $\dfrac{120}{(x^2+4)(x-2)(x+1)}$

$\boxed{2}$　次の関数の不定積分を求めなさい.

(2.1)　$\dfrac{1}{x^4+1}$

(2.2)　$\dfrac{4}{(x^2+1)^2(x-1)}$

微分積分学 1　第 8 回 (1 枚目)

2015 年 6 月 8 日 (月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の不定積分を求めなさい.

(1.1)　$I_1 = \int \frac{\sin x + \cos x}{1 + \cos x} dx$　　(1.2)　$I_2 = \int \frac{\tan x}{1 + \sin x} dx$　　(1.3)　$I_3 = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$

$\boxed{2}$ 次の関数の不定積分を求めなさい.

(2.1) $I_1 = \displaystyle\int \frac{\cos x}{\tan \frac{x}{2}(1 - \sin x)} dx$ (2.2) $I_2 = \displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{2 - x - x^2}}$ (2.3) $I_3 = \displaystyle\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1 + \sqrt{x} + x} dx$

微分積分学 1　第 8 回 (2 枚目)

2015 年 6 月 8 日 (月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の不定積分を求めなさい.

(1.1) $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$

(1.2) $\displaystyle\int \frac{dx}{3+\cos x}$

(1.3) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{1+\sin x}dx$

$\boxed{2}$ 次の関数の不定積分を求めなさい.

(2.1) $\displaystyle\int x^3(x+1)^{\frac{3}{2}}\,dx$

$\boxed{3}$ 次の不定積分を求めよ.

(3.1) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+x+1}}$

(3.2) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

微分積分学 1　第 9 回 (1 枚目)

2015 年 6 月 15 日 (月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の定積分を求めなさい.

(1.1)　$\displaystyle\int_1^e \log x\, dx$

(1.2)　$\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x^2(x+1)}$

(1.3)　$\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{dx}{2-x^2}$

$\boxed{2}$ 次の定積分を求めなさい.

(2.1) $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^2)^2}$

(2.2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 x dx$

$\boxed{3}$ $n = 1, 2, 3, \ldots$ に対して, $I_n = \displaystyle\int (\log x)^n dx$ とおく。

(i) $n \geq 2$ に対して, $I_n = x(\log x)^n - nI_{n-1}$ であることを示せ。

(ii) (i) の結果を利用して, $\displaystyle\int_1^e (\log x)^4 dx$ を求めなさい。

微分積分学1　第9回(2枚目)

2015年6月15日(月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$ 次の定積分を求めなさい.

(1.1) $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^4 x \sin x \, dx$　　(1.2) $I_2 = \int_0^1 x \tan^{-1} x dx$

(1.3) $I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$　　(1.4) $I_4 = \int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx$ (但し, m, n は自然数とする.)

$\boxed{2}$ (1) 任意の $a \in \mathbf{R}$ に対して, 次の (A), (B) を示しなさい.

(A) $f(x)$ が偶関数(注 1)のとき, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx.$　　(B) $f(x)$ が奇関数(注 2)のとき, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0.$

(2) 次の定積分を計算せよ.

$$I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} |\sin x| dx, \qquad I_2 = \int_{-\pi}^{\pi} |x| \sin x dx, \qquad I_3 = \int_{-\pi}^{\pi} |x| \cos x dx$$

(注 1) $f(x)$ が偶関数であるとは, 任意の $x \in \mathbf{R}$ に対して $f(x) = f(-x)$ を満たすことである. これは, 幾何学的には, y 軸に対する折り返しを意味する.

(注 2) $f(x)$ が偶関数であるとは, 任意の $x \in \mathbf{R}$ に対して $f(x) = -f(-x)$ を満たすことである. これは, 幾何学的には, 原点に対する折り返しを意味する.

$\boxed{3}$ (1) $[0,\pi]$ 上の連続関数 $f(x)$ に対して，$\int_0^{\pi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$ と分割し，変数変換 $x = \pi - t$ を用いて次の等式を示しなさい．

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x)dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx.$$

(2) 定積分 $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x}dx$ を計算せよ．

$\boxed{4}$ 定積分 $I = \int_1^{2} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}}dx$ を計算せよ．

微分積分学1　第10回

2015年6月22日 (月曜日)　　担当：新國裕昭

学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　　名前

$\boxed{1}$　次の広義積分の値を求めよ.

(1.1) $\displaystyle\int_0^{\infty} xe^{-x}dx$

(1.2) $\displaystyle\int_0^{1} x\log x dx$

(1.3) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}dx$

(1.4) $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

$\boxed{2}$ 次の広義積分の値を求めよ.

(2.1) $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{\sin(2n-1)x}{\sin x}dx$ (2.2) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(ax^2+2bx+c)^n}$ (但し, $a>0$, $ac-b^2>0$ とする.)

(2.3) $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$ (2.4) $\displaystyle\int_0^3 \frac{2x-3}{\sqrt{|x^2-3x+2|}}dx$