

2021年度 前橋工科大学 入学試験

一般選抜 前期日程

社会環境工学科、建築学科、生命情報学科、システム生体工学科

入学試験問題 [数学]

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は、120分です。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、挙手して監督者に知らせてください。
4. 受験票は、座席番号の横に置いてください。また、机の上には、受験票記載の「試験中に使用を認めるもの」以外の所持品を置いてはいけません。
5. この冊子には、表紙1枚、計算用紙(白紙)2枚、問題用紙2枚、合計5枚がとじてあります。この冊子とは別に、解答用紙4枚がとじてあります。
6. 試験開始の合図後、用紙の枚数を確認してください。
7. すべての解答用紙の所定欄に、受験番号と氏名を忘れずに記入してください。また、解答は、解答用紙の所定欄に書いてください。
8. 志望学科を○で囲んでください。
9. 解答は、問題番号(1 ~ 4) と対応した解答用紙に書き、解答用紙の表に書ききれないときは裏に書いてください。問題番号と異なる解答用紙に書いた場合は、採点されません。
10. 特に指示がない場合、解答は最後の結果だけでなく途中経過も書きなさい。
11. 質問がある場合は、黙って挙手してください。
12. 試験中、物の貸し借りをしてはいけません。
13. 途中退室はできません。
14. 解答終了の合図があったら、直ちに筆記用具を置き、座ったまま指示を待ってください。
15. 監督者の指示に従わない場合には、不正行為とみなし、厳正に対処します。
16. 受験票は、各自持ち帰り大切に保管してください。
17. 試験終了後、問題冊子・計算用紙は持ち帰ってください。

1 以下の小問にそれぞれ答えなさい。

(1) $x > 0$ のとき, 不等式 $\log(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを証明しなさい。

(2) 定積分 $\int_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^5}}$ を求めなさい。

(3) 複素数平面上の点 $P(-10-2i)$ を点 $Q(5+3i)$ を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した点を R とする。
直線 QR と虚軸の交点 S を表す複素数を求めなさい。

2 p を実数の定数とする。 $a_1 = 2, a_2 = p$ とし, $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$2a_{n+2} - 5a_{n+1} + 2a_n = 0$$

を満たす数列 $\{a_n\}$ を考える。次の問いに答えなさい。

(1) $a_{n+2} - \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} - \alpha a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす定数 α, β の組を 2 組求めなさい。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を n と p を用いて表しなさい。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が収束するような p の値を求めなさい。

(4) p が (3) で求めた値であるとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めなさい。

- 3** 四面体 $OABC$ がある。辺 BC を $4:3$ に内分する点を L , 辺 CA を $3:2$ に内分する点を M , 辺 AB を $1:2$ に内分する点を N とするとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) $\overrightarrow{AL}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表しなさい。
- (2) 線分 BM と線分 CN の交点を P とするとき, 3 点 A, P, L は一直線上にあることを示しなさい。
- (3) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表しなさい。
- (4) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ であり, 平面 ABC が直線 OP に垂直であるとき, $AB:BC:CA$ を求めなさい。

4 関数

$$f(x) = 8 \cos^3 x + 3 \cos 2x + 5 \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

について次の問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の増減を $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で調べて, 関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を $-\pi \leq x \leq \pi$ の範囲でかきなさい。ただし, 凹凸は調べなくてよい。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めなさい。