

2023年度 前橋工科大学 入学試験

一般選抜〔前期日程〕・帰国生徒・私費外国人留学生

建築・都市・環境工学群、情報・生命工学群

入学試験問題 〔数学〕

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験時間は、120分です。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、挙手して監督者に知らせてください。
4. 受験票は、座席番号の横に置いてください。また、机の上には、受験票記載の「試験中に使用を認めるもの」以外の所持品を置いてはいけません。
5. この冊子には、表紙1枚、白紙3枚、問題用紙2枚、合計6枚がとじてあります。白紙は、計算用紙として使用しても差し支えありません。ホチキスは、外しても差し支えありません。
6. この冊子とは別に、解答用紙4枚がとじてあります。解答用紙のホチキスは、外してはいけません。
7. 試験開始の合図後、用紙の枚数を確認してください。
8. すべての解答用紙の所定欄に、受験番号と氏名を忘れずに記入してください。また、解答は、解答用紙の所定欄に書いてください。
9. 志望学群を○で囲んでください。
10. 解答は、問題番号（～）と対応した解答用紙に書き、解答用紙の表に書ききれないときは裏に書いてください。問題番号と異なる解答用紙に書いた場合は、採点されません。
11. 特に指示がない場合、解答は最後の結果だけでなく途中経過も書いてください。
12. 質問がある場合は、黙って挙手してください。
13. 試験中、物の貸し借りをしてはいけません。
14. 途中退室はできません。
15. 解答終了の合図があったら、直ちに筆記用具を置き、座ったまま指示を待ってください。
16. 監督者の指示に従わない場合には、不正行為とみなし、厳正に対処します。
17. 受験票は、各自持ち帰り大切に保管してください。
18. 試験終了後、問題冊子・計算用紙は持ち帰ってください。

1 数列 $\{a_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{1}{6}(2n^3 + 9n^2 + 7n)$$

で与えられている。また、一般項が $b_n = a_n \sin \frac{n}{2}\pi$ で表される数列 $\{b_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とする。次の問いに答えなさい。

- (1) 一般項 a_n を n を用いて表しなさい。
- (2) T_4 の値を求めなさい。
- (3) m を自然数とするとき、 T_{4m} を m を用いて表しなさい。
- (4) $T_{4m+1} > 2451$ を満たす最小の自然数 m の値を求めなさい。

2 k を $0 < k < 1$ を満たす定数とする。1 辺の長さが 1 である正四面体 OABC において、辺 OA を 3 : 2 に内分する点を D、辺 OB を 2 : 1 に内分する点を E、辺 AC を $k : (1 - k)$ に内分する点を F とする。また、3 点 D, E, F が定める平面と、直線 BC の交点を G とする。 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおくと、次の問いに答えなさい。

- (1) \overrightarrow{DE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表しなさい。
- (2) \overrightarrow{DF} を \vec{a} , \vec{c} および k を用いて表しなさい。
- (3) \overrightarrow{OG} を \vec{b} , \vec{c} および k を用いて表しなさい。
- (4) 点 G が辺 BC (両端を除く) 上にあることを示しなさい。
- (5) $\overrightarrow{DG} \perp \overrightarrow{BC}$ となる k の値を求めなさい。

3 a を $a > 0$ を満たす定数とする。2つの関数

$$f(x) = \sqrt{|x-a|} \quad (x \geq 0), \quad g(x) = |\sqrt{x} - \sqrt{a}| \quad (x \geq 0)$$

について、次の問いに答えなさい。

- (1) $\{f(x)\}^4 - \{g(x)\}^4$ を計算することにより、 $x \geq 0$ のとき $f(x) \geq g(x)$ が成り立つことを示しなさい。また、 $f(x) = g(x)$ を満たす x の値をすべて求めなさい。
- (2) 座標平面において、不等式 $0 \leq x \leq 2a$, $g(x) \leq y \leq f(x)$ の表す領域の面積 S を a を用いて表しなさい。

4 e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = (x^7 - 3x^3)e^{-\frac{x^4}{4}}$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 定積分 $I = \int_0^{\sqrt[4]{3}} f(x)dx$ の値を求めなさい。
- (2) $f'(x) = 0$ を満たす実数 x の値をすべて求めなさい。
- (3) 関数 $y = f(x)$ の増減を調べて、そのグラフの概形をかきなさい。ただし、凹凸は調べなくてもよい。また、 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ であることと $e < 3$ であることは証明せずに用いてもよい。