

### 1 研究背景と目的

現在建設されている多くの構造物は、解析技術の向上や経済性への要求から構造安全余裕度の小さな構造物が設計されることがある。そのような場合、建築構造物において最も必要な性能である安全性が欠落してしまう可能性が高い。構造物は部分的な損傷が生じた場合であっても、その後構造物が全体崩壊しないことが重要である。空間骨組構造に対して、偶発的荷重によって構造部材が消失した場合でも、構造物が全体崩壊に至らないための設計の必要性や損傷に対する強さを表す概念である冗長性に関する研究が行われている<sup>1)2)</sup>。

冗長性があると考えられているラーメン構造においても、偶発的荷重による部材の消失による構造物の崩壊以外に、地震荷重などによる一部の部材の破壊が構造物全体に大きな影響を与える場合があると考えられる。本研究では、一部の部材が破壊した場合の他の部材の破壊確率を用いて構造物の崩壊の危険性を表すことにより、部分的破壊が鉄筋コンクリート構造に与える影響について検討を行った。

### 2 既往の研究と冗長性

世界貿易センタービルの崩壊事故後、予想外の偶発的荷重により、構造物が崩壊、あるいは倒壊するに至る事例に関する検討が行われている。そして、偶発的荷重により構造部材が消失した場合、その後の荷重に対して、構造物が全体崩壊に至らない設計の必要性が議論され、構造物の安全性を保障するという観点から、リダンダンシー（冗長性）という概念が注目されてきた。

既往の研究では、偶発的荷重により構造物を構成する部材が破壊を起こした後、残存する部材で構成される構造物の抵抗力が、健全な状態と比較して、どの程度低下するのかを評価し、冗長性に関連した指標を次式のように与えている。

$$R = \frac{L_{\text{intact}}}{L_{\text{intact}} - L_{\text{damage}}} = \frac{\lambda}{\lambda - \lambda^*} \quad (1)$$

ここに  $L_{\text{intact}}, \lambda$  は元の状態の構造物の崩壊荷重または荷重係数であり、 $L_{\text{damage}}, \lambda^*$  は構成部材が損傷を受

けた構造物の崩壊荷重または荷重係数である。さらに(1)式の逆数をとることにより、部材感度  $S.I$  を次式と定義して冗長性を表している。

$$S.I = \frac{\lambda_0 - \lambda_{\text{damage}}}{\lambda_0} \quad (2)$$

ここに  $\lambda_0$  は元の状態の構造物の荷重支持能力、 $\lambda_{\text{damage}}$  はある部材が消失した状態の構造物の荷重支持能力である。よって部材感度  $S.I$  はある部材の消失による構造物の荷重支持能力の低下率である。部材が消失しても荷重支持能力がほとんど変化しない場合、その部材の  $S.I$  は小さい。一方、 $S.I$  が大きい部材が消失する場合、構造物の一部または全体に崩壊が生じる。つまり、 $S.I$  が大きければ、その部材は構造物のキーエレメントであると考えられる。

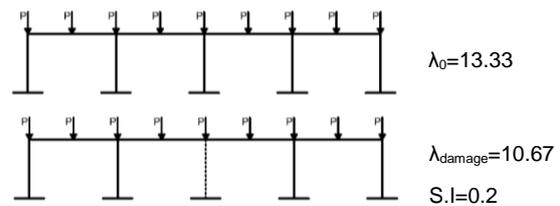


図-1 部材感度による冗長性評価モデル

### 3 方法

#### 3.1 脆性的破壊を含む構造物の信頼性解析法

一部の部材が曲げ破壊する場合には、その延性的な性質から構造物が急激な崩壊に至るとは考えにくい。一方、脆性的な破壊が起きた場合には、構造物が急激な崩壊をする可能性が考えられる（図-2 参照）。構造物に脆性的な破壊をする部材がある場合、その部材が破壊することにより、構造物の応力状態が変化するため、各状態における応力状態から、破壊確率を求める性能関数の複雑な組み合わせを行う必要がある。

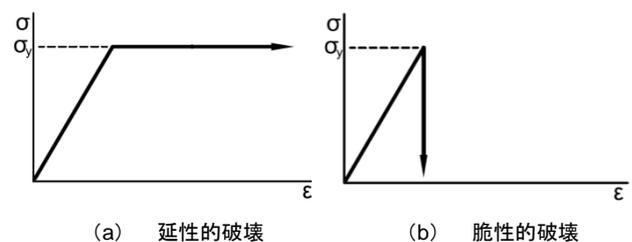


図-2 部材破壊モデル

### 3.2 $\beta$ -unzipping 法<sup>3)</sup>

構造物の状態を逐次追跡しながら信頼性を解析する方法である。部材の破壊あるいは部分的破壊に伴う構造物の状態変化が発生するごとに応力解析を行い、破壊の可能性のある場所について信頼性解析を行い、破壊確率の高いところから順に組合せを作成し解析を行う方法である。 $\beta$ -unzipping 法のシステムモデルを図-3 に示す。

具体的な手順としては、始めに部材の破壊形式を全て明らかにした状態で、弾性範囲内の応力解析を行い、最も破壊確率の高い破壊形式により最初の部材が破壊した確率を求める。次に最初の部材の破壊による構造物の状態変化を考慮して応力解析を行い、その状態で破壊確率の高い破壊形式による部材の破壊確率を求める。最終崩壊系に至るまでこれを繰り返し、それまでの条件付き破壊確率の積事象により、構造物のある崩壊系における破壊確率を求めるという解析法である。脆性的破壊をした部材は、その後応力を負担できない。したがって次のステップではその部材は存在しないものとして計算を行う。

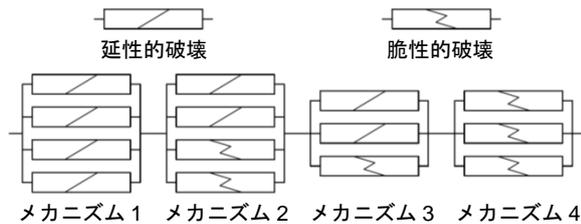


図-3 部材破壊モデル

### 3.3 部分的破壊を考慮した信頼性

脆性的な破壊である鉄骨構造の部材や接合部の破断、鉄筋コンクリート構造の柱のせん断破壊は、ラーメン構造であってもその部材の破壊が構造物の崩壊を引き起こす可能性が高いと考えられる。ここでは鉄筋コンクリート構造物を用いて、一部の部材がせん断破壊した場合の残りの部材の破壊確率を求め、部材の破壊が他の部材に与える影響に関する信頼性について述べる。

水平方向に地震力を設定し、各構造物の応力解析を行う。各柱の耐力と応力による柱の性能関数を次のように設定した。

$$Z_i = Q_i - a_i P \quad (3)$$

ここに  $Z_i$  は構造物に地震力を想定し  $i$  部材のせん断破壊確率を求める性能関数、 $Q_i$  は  $i$  部材のせん断耐力、 $P$  は地震力を表す。 $a_i$  は地震力として単位荷重をかけた場合の  $i$  部材の応力を表す (図-4 参照)。(3) 式が負となる ( $Z_i \leq 0$ ) 事象を  $E_i$  とする。

次にいずれか 1 本の部材がせん断破壊し、その後せん断破壊した部材は応力を負担できないとして残りの部材の破壊確率を求める。

$$Z_j = Q_j - a_j |i| P \quad (4)$$

(4)式が負となる ( $Z_j \leq 0$ ) 事象を  $E_j$  とする。荷重  $P$  により、 $i$  部材  $j$  部材が同時に破壊する確率を用いて、1 本の部材が破壊した場合に他の部材が破壊する確率を求める。

$$P(E_j | E_i) = \frac{P(E_i \cap E_j)}{P(E_i)} \quad (5)$$

$P(E_j | E_i)$  は  $i$  部材が破壊した場合に  $j$  部材が破壊する条件付き確率である。

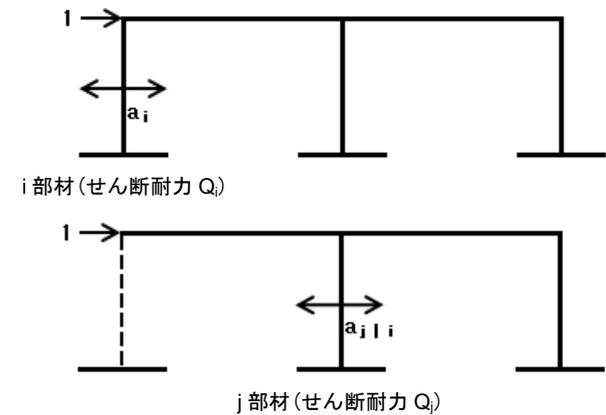


図-4 単位荷重時のせん断力図

## 4 部分的破壊が構造物に与える影響

### 4.1 1層ラーメン構造での検討

図-5 に示すような 1 層の構造物を用いて、順次部材が破壊する確率を求め、部分的破壊をした時の他の部材が破壊する確率を求める。スパンを 2, 3, 10 とし検討した。この時、図-5 のように左から部材番号を設定した。この構造物は終局状態を想定した地震荷重を加えた時、最も応力の大きい柱に対して、せん断破壊に対する目標信頼性指標が  $\beta=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5$  となるようにせん断耐力を設定した構造物である (表-1 参照)。なお、柱はすべて同じ断面、同じ耐力を持つ (表-2 参照)。この構造物について、いずれか 1 本の部材がせん断破壊した場合の各部材の破壊確率を求め、部材の破壊確率が層崩壊を考える値となるまで  $\beta$ -unzipping 法により繰り返し求めた。

ここで柱のせん断耐力および荷重は正規分布に従い、せん断耐力の変動係数は 0.15、荷重の変動係数は 0.7 とした (表-1, 表-3 参照)。この条件付き確率が小さければ 1 本の部材が破壊した場合でも続けて部材が破壊する可能性は低いと考えられる。

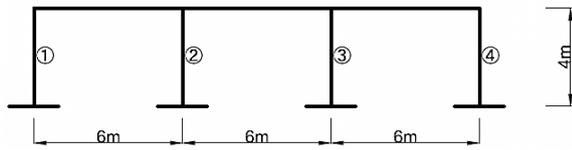


図-5 1層ラーメンモデル（数字は部材番号）

表-1 柱のせん断耐力

せん断耐力	目標信頼性指標 $\beta$	柱のせん断耐力 (kN)	変動係数
1層2スパン	0.5	118.43	0.15
	1.0	151.66	
	1.5	187.18	
	2.0	225.92	
	2.5	269.15	
	3.0	318.71	
1層3スパン	0.5	123.06	
	1.0	157.58	
	1.5	194.48	
	2.0	234.73	
	2.5	279.65	
	3.0	331.15	
1層10スパン	0.5	154.55	
	1.0	197.90	
	1.5	244.24	
	2.0	294.80	
	2.5	351.20	
	3.0	415.87	
	3.5	492.51	

表-2 部材寸法

部材寸法	断面寸法 (cm)	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )
柱	□ 50 × 50	2500	520833	2058
梁	□ 60 × 30	1800	540000	

表-3 地震力

地震力	重量 (kN)	A <sub>i</sub>	P (kN)	変動係数
1層2スパン	705.6	1.0	211.68	0.7
1層3スパン	1058.4	1.0	317.52	0.7
1層10スパン	3528	1.0	1058.40	0.7

(設計用1次固有周期=0.08 (s))

(a) 2スパンでの結果

図-6, 図-7 より, 2スパンにおける1本の部材がせん断破壊した場合の他の部材の破壊確率は,  $\beta=3.5$ とした最も目標信頼性指標を高くした場合でも20パーセント弱の値となり, 1本の部材が破壊してしまうと連鎖的破壊を招く危険性が高いことがわかる。よって, 連鎖的破壊を防ぐためにもせん断破壊のような脆性的破壊が起こらないように設計を行うことが大切である。

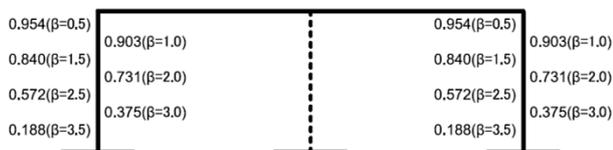


図-6 条件付き破壊確率 (②番部材破壊時)

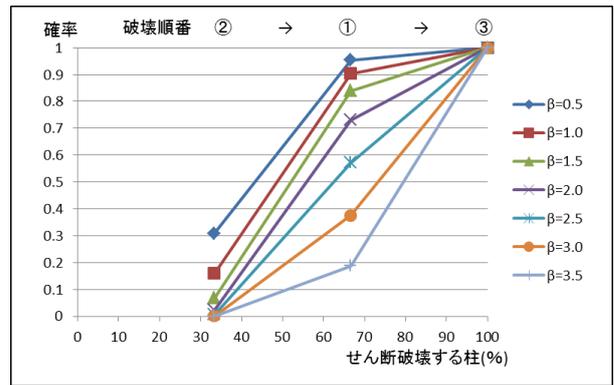


図-7 条件付き破壊確率の変動グラフ

(b) 3スパンでの結果

図-8, 図-9 より, 3スパンにおける1本の部材がせん断破壊した場合の他の部材の破壊確率は,  $\beta=1.0$ とした場合には2本目の部材の破壊確率が90パーセント近い値であり, 1本の部材が破壊してしまうと連鎖的破壊を招く危険性が高いことを示している。また, 2本の部材が破壊した場合では残りの部材の破壊確率は90パーセントを超えた値となり, いずれも層崩壊に至ると考えられる。

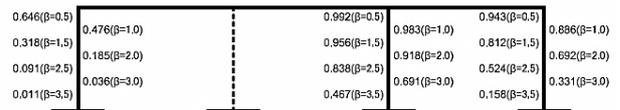


図-8 条件付き破壊確率 (②番部材破壊時)

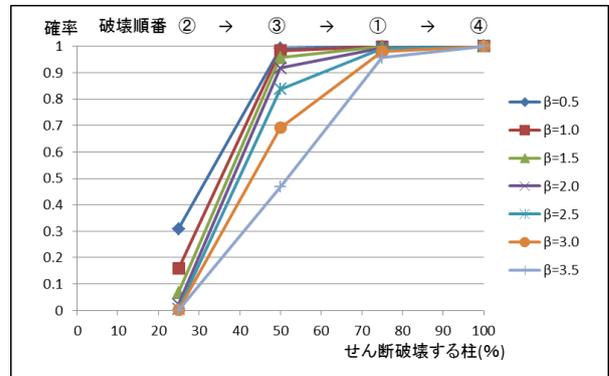


図-9 条件付き破壊確率の変動グラフ

(c) 10スパンでの検討

図-10 より, 10スパンにおける2本の部材が破壊した場合では残りの部材の破壊確率は40パーセントを超える値となり, 連鎖的破壊から層崩壊となることが考えられる。

ここで, 今回の検討は初期の破壊確率が最も高い部材を破壊したとして逐次解析を行っている。よって, 1本目に偶発的荷重により初期としては破壊しにくい部材が消失してしまった場合は, 2本目, 3本目に破壊するであろう部材の破壊確率はさらに高くなる傾向がある。

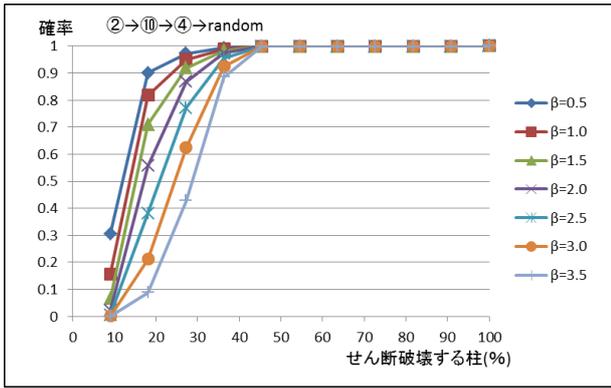


図-10 条件付き破壊確率の変動グラフ

#### 4.2 せん断破壊と曲げ破壊との比較検討

曲げによる部分的破壊の影響による信頼性を求めるにあたり図-11のような構造物をモデルとしβ-unzipping法により部材の破壊を追跡し、構造物の破壊確率の算定を行った。部材の曲げ破壊は図-11に示す6ヶ所で起こるとし、図中の破壊位置を表す番号①から⑥における破壊を表す事象をE1からE6と設定した。

部材の曲げ破壊は延性材でモデル化し、十分な変形性能があるものとした。ここで図-12の崩壊形の確率は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 P(E3 \cap E6 \cap E1 \cap E5) &= P(E5|E3E6E1) \\
 &\quad \times P(E1|E3E6) \\
 &\quad \times P(E6|E3) \\
 &\quad \times P(E3) \quad (6)
 \end{aligned}$$

また、崩壊形に至るまでの性能関数は次式のようになる。

$$Z_{5|361} = R1 + R2 + 2R4 - 4P \quad (7)$$

$$Z_{1|36} = R1 + 0.75R2 + 0.81R4 - 2.67P \quad (8)$$

$$Z_{6|3} = 0.64R2 + R4 - 1.72P \quad (9)$$

$$Z_3 = R2 - 0.87P \quad (10)$$

崩壊形に至る途中の性能関数は、最終状態の性能関数と相関が高く、最終崩壊形を予測できれば途中の状態を求めることなく最終崩壊形の性能関数を用いて当該崩壊形式における破壊確率を算定できる<sup>4)</sup>。そのため、ここでは途中の複雑な解析を省略し最終崩壊形により求められる破壊確率をP(E3)で除することにより、部分的に曲げ破壊が起きた場合の条件付き破壊確率を求めることとした。

ここで、モデルは1層6スパンとし、柱の曲げ破壊に対する柱のせん断破壊の安全性余裕β<sub>MQ</sub>を-2.0, -1.0, 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0と設定し、曲げ耐力を設定した構造物について条件付き破壊確率を比較した。また、曲げ耐力の変動係数は0.1とした。図-13にせん断破壊の目標信頼性指標βを0.5

から5.0までとした時のせん断による条件付き破壊確率を曲げによる条件付き破壊確率で除した倍率を示す。

図-13よりβ<sub>MQ</sub>を1.5と設定した場合には、せん断破壊のβ=2.5の時でせん断破壊の条件付き確率は曲げ破壊の条件付き確率の1.68倍程度となった。

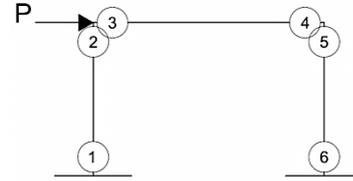


図-11 曲げ破壊モデル

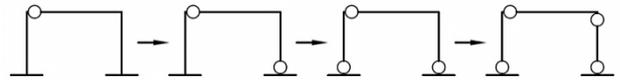


図-12 曲げ破壊による崩壊形モデル

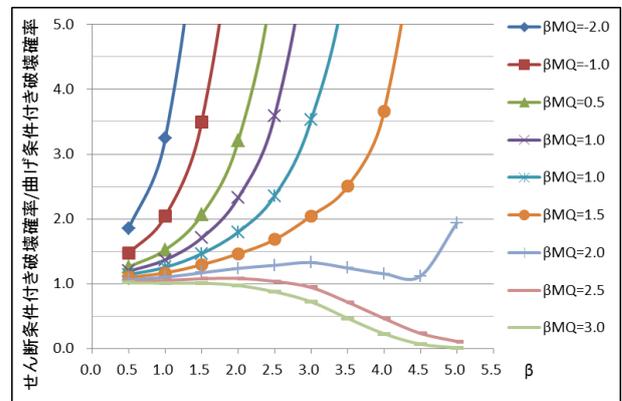


図-13 条件付き破壊確率の倍率(せん断/曲げ)

## 5 実構造物での検討

### 5.1 対象モデル

対象構造物として、『学校建築計画』<sup>5)</sup>で示されている3層6スパンの学校建築を選定した(図-14, 図-15参照)。このモデルは腰壁付の柱をもつ構造物であり、この短柱がせん断破壊した場合に他の部材、又は層全体にどのような影響を与えるかを検討するのに適していると考えられるからである。

①～②の部材はどれも同断面であるが、配筋の違いにより耐力は異なっている(表-4, 表-5参照)。また、柱のせん断耐力は正規分布に従い、せん断耐力の変動係数は0.15とした。この構造物について、いずれか1本の部材がせん断破壊した場合の同じ層の各部材の破壊確率を求め、最も破壊確率が高い部材から破壊が進行し、層崩壊となるまでβ-unzipping法により繰り返し求めた。

本研究では最も破壊が進行しやすく、影響が大きいと考えられるY1フレームで検討を行い、その中

でも大きな地震力がかかる1層と、柱のせん断耐力が低い2層をとりあげることとした。

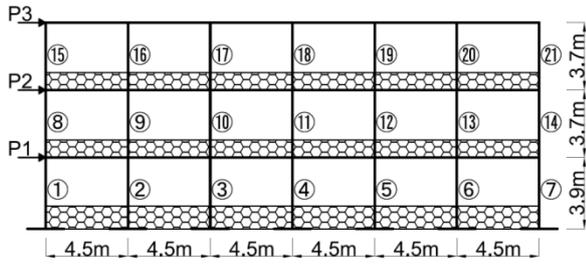


図-14 学校建築モデル (網掛けは腰壁位置)

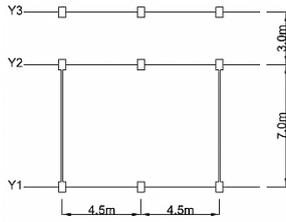


図-15 平面図 (一部)

表-4 柱のせん断耐力

せん断耐力	柱のせん断耐力 (kN)	変動係数
部材番号 ①~⑦	375.01	0.15
部材番号 ⑧~⑭	290.87	
部材番号 ⑮~⑳	323.42	

表-5 部材寸法

部材寸法	断面寸法 (cm)	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )
柱	60×40	2400	720000	2058
梁		3000	3837475	

## 5.2 地震力の設定

地震力を設定するにあたり、まず構造物の1層に荷重Pをかけた際の1層の全ての柱にかかるせん断力をもとにY1フレームに対する割合を算出した(表-6参照)。次に、各層の床面積、重量からAi分布を求め、Ai分布に従い各層のY1フレームにかかる地震力をP1, P2, P3として設定した(表-7参照)。この際的设计用1次固有周期は0.247(s)となり、地震力は正規分布に従い、その変動係数は0.7とした。

表-6 各フレームに対する荷重Pの割合

荷重Pの割合	P荷重時のせん断力		
	Y1	Y2	Y3
①	0.0747	0.0315	0.0384
②	0.0694	0.0350	0.0461
③	0.0603	0.0333	0.0490
④	0.0542	0.0330	0.0540
⑤	0.0491	0.0333	0.0600
⑥	0.0460	0.0352	0.0691
⑦	0.0381	0.0319	0.0745
合計	0.3918	0.2333	0.3910
割合	0.386	0.230	0.385

表-7 地震力

地震力	床面積 (m <sup>2</sup> )	重量 (kN)	Ai	P (kN)	PY1 (kN)	変動係数
3階	90	1080	1.397	603.452	P3=232.695	0.7
2階	90	1080	1.158	397.364	P2=153.227	
1階	90	1080	1	295.184	P1=113.825	

(設計用1次固有周期=0.247(s))

## 5.3 結果

1本の部材が破壊してから、層全体が破壊するまでを部材番号と破壊確率でツリーとして図-16, 図-17に示した。

1層, 2層とも1本目と2本目の部材の破壊確率は大きくはないが、3本目で確率値としてかなり大きな値となった。なお、この時の1本目に破壊する柱の信頼性指標 $\beta=4.09$ であった。

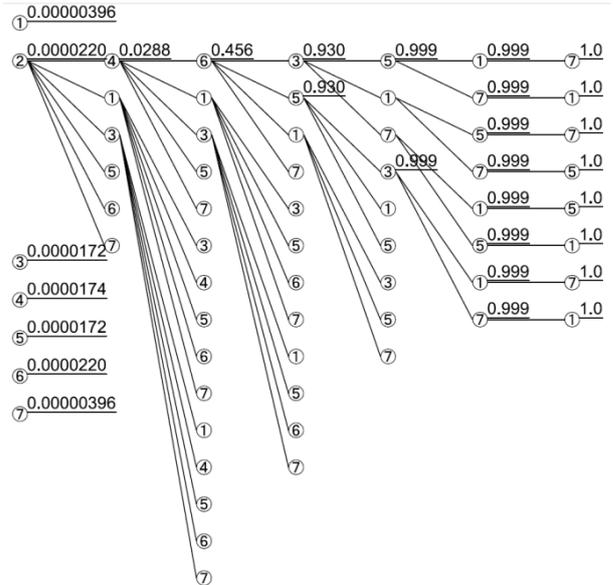


図-16 破壊確率ツリー (1層)

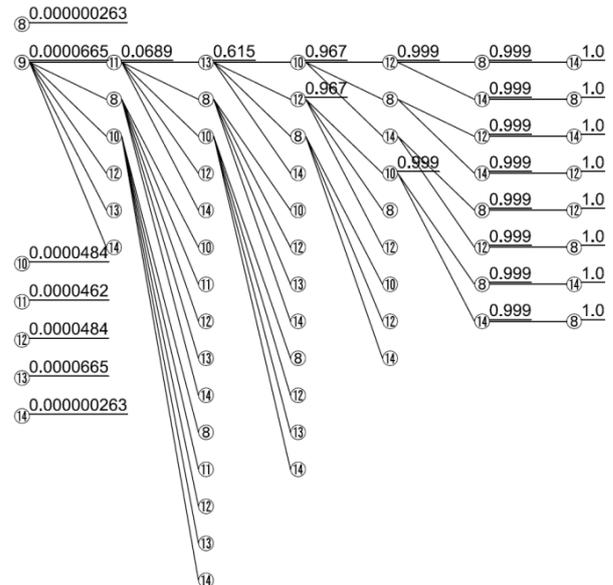


図-17 破壊確率ツリー (2層)

## 6 1層ラーメンモデルと実構造物との比較検討

### 6.1 1層6スパンでの検討

5.3より学校建築モデルでの1本目の破壊確率は信頼性指標 $\beta=4.09$ であったことをうけ、1層6スパンとの比較検討を行った。

4.1 と同じモデルとし (図-18 参照), 目標信頼性指標が  $\beta=4.0$  となるようにせん断耐力を設定した (表-8 参照). この構造物について, 各部材の破壊確率を部材の破壊確率が層崩壊を考える値となるまで  $\beta$ -unzipping 法により繰り返し求めた. 図-19 に各状態における部材の破壊確率を示す.

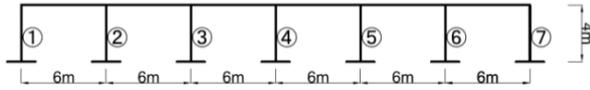


図-18 1層6スパンモデル (数字は部材番号)

表-8 柱のせん断耐力

せん断耐力	目標信頼性指標 $\beta$	柱のせん断耐力 (kN)	変動係数
1層6スパン	4.0	520.33	0.15

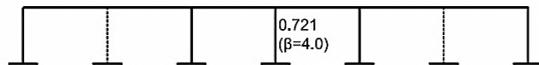
表-9 地震力

地震力	重量 (kN)	$A_i$	P (kN)	変動係数
1層6スパン	2116.8	1.0	635.04	0.7

(設計用1次固有周期=0.08 (s))



(a) ②番部材破壊時



(b) ②番部材→⑥番部材破壊時

図-19 条件付き破壊確率

## 6.2 1層6スパンと学校建築モデルとの比較

図-20 に 6 スパンでの全体の柱の本数を 100 パーセントとした時の 1 層ラーメンモデル, 学校建築モデルの 1 層と 2 層での条件付き確率の変化の様子を示した. 確率の変化の様子は 1 層ラーメンモデルと学校建築モデルの 1 層と 2 層で非常に似ていることがわかる. 最も破壊確率が大きくなるのは 1 層ラーメンモデルである. これは, 学校建築モデルは梁や他の部材が応力を分担するためであると考えられる.

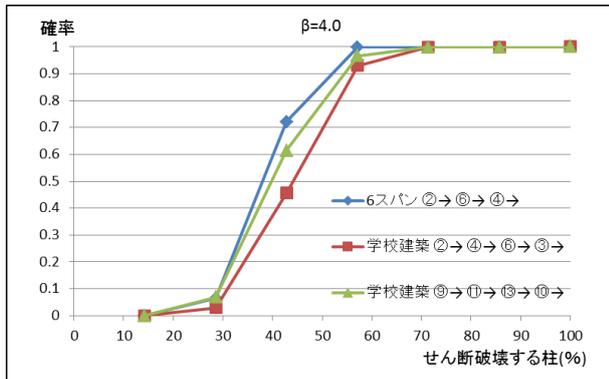


図-20 条件付き破壊確率の変動グラフ

## 7 結論

鉄筋コンクリート構造物を例として, 一部の部材がせん断破壊した場合に他の部材がせん断破壊する確率を求め, 部分的な破壊が構造物に与える影響に関する検討を行った. 柱のせん断破壊の他の部材に対する影響は大きく, 設計時の目標信頼性指標が小さいほどその影響が大きいことが分かった.

柱の場所, 破壊する順番によって, 確率の変化量が異なり, この確率の変化量はスパンが多いほど小さくなる.

せん断破壊と曲げ破壊の比較によりせん断破壊の場合, 連鎖的破壊に繋がりがやすいことがわかった.

1 層ラーメンモデルと学校建築モデルの比較から, 1 層ラーメンモデルの結果は, 実構造物に近い値を示しており, 部分的破壊が構造物に与える影響を考える際に十分信頼性がある結果が求められることが分かった.

これまでの分析と図-21 からわかるように柱のせん断破壊が起こると, 部材割合の 30 パーセント以降は連鎖的破壊となり危険である. このような破壊は 1 ヶ所でもおこしてはいけないと考えられ, 冗長性を持たせる設計が重要である.

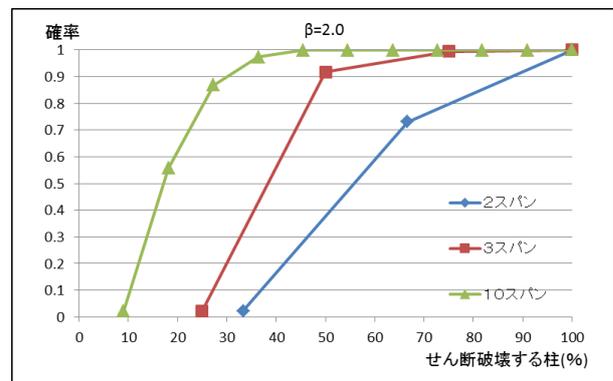


図-21 条件付き破壊確率の変動グラフ

## 参考文献

- 1)伊藤, 大井, 李: 鉛直荷重を受ける骨組構造物の冗長性に関わる感度解析. 日本建築学会論文報告集第 593 号 2005 年.
- 2)船越, 大森: 空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究. 日本建築学会大会 2008 年.
- 3)P.T-Christensen, Murotsu: Application of Structural Systems Reliability Theory, Springer-Verlag
- 4)高橋, 斎川: 脆性的破壊を考慮した鉄筋コンクリート構造物の目標信頼性指標に関する研究. 日本材料学会論文集 2003 年
- 5)学校建築計画. 日本建築学会