

「実用的荷重・耐力係数設計法における構造物の安全性水準に関する検討」

0326010 : 中村 佳之

指導員 : 高橋 利恵

1. はじめに

信頼性理論に基づく設計法は、限界状態超過確率によって定量的に設定できる自由度の高い設計法である。超過確率の算定には複雑な計算を伴うが、荷重・耐力の不確定性や目標性能水準を考慮して設定された荷重・耐力係数を用いることで決定論と同様な扱いで構造設計が可能となる。

1990年に日本建築学会より「鋼構造限界状態設計規準(案)」が刊行されて以来、性能設計が導入された建築基準法施行令においても荷重係数が用いられるようになった。しかし、基本的に荷重の各組み合わせに対して、荷重・耐力係数は一組のみ与えられており、設計者が自ら荷重や耐力の確率特性や目標信頼性水準に応じた荷重・耐力係数を調整することは困難である。設計者または建築主が目標性能水準を設定し、その水準を満たすように設計を行うことが本来の性能設計であると考えられる。

本研究では、性能設計として実際に用いる場合に、構造物に保証されている安全性について検討を行いたい。これまでに、設計水準を決めて設計を行うために、設計者が今までに限界状態設計指針で提案されている略算法について算定された荷重・耐力係数を設計に用いた場合に達成される信頼性水準(β)について、目標信頼性水準(β_T)との比較を行い、様々なケースにおける略算法の妥当性について検討を行った。

2 荷重・耐力係数の略算法

2.1 限界状態設計法

確率論に基づく設計法においては、荷重や耐力のばらつきなどを取り扱うが、すべての構造設計で煩雑な信頼性解析を行うことは現実的ではない。一般的には荷重・耐力係数を用いて設計を行うが、日本建築学会限界状態設計法小委員会の建築物の限界状態設計指針では、信頼性水準の検定を次式により行う。

$$\phi R_n \geq \gamma_p S_{pn} + \sum_k \gamma_k S_{kn}$$

ここに、 ϕ 、 γ_i は、それぞれ耐力係数、荷重係数であり、 R_n は耐力の公称値、 S_{pn} 、 S_{kn} は各種荷重の基本値から算定される荷重効果である。添字 p が付いた変数は、主の荷重効果に関する変数、それ以外は従の荷重効果に関する変数である。

その中で、荷重・耐力係数の設定方法として3つのフローが用意されている。

□ フロー1 (簡易法)

荷重・耐力係数設定の最も簡便な方法。ここで求められる荷重・耐力係数は、表1の基本統計量を用いて算定した標準的な値。

□ フロー2 (略算法)

各種荷重や耐力項の確率特性が表1に掲載した条件と著しく異なる場合には、比較的少ない手間でもより正確な荷重・耐力係数を算定することが可能な方法。

□ フロー3 (詳細法)

設計者が適切と考える、荷重や耐力に関する独自のデータ、より高度な信頼性解析手法や荷重組み合わせ理論を用いて荷重・耐力係数を算定する方法。

2.2 荷重・耐力係数

構造物には、時間変動に伴う複数の荷重が作用している。そこで、これらの基本変数がすべて対数正規確率変数の場合、

$$M = \ln M^* = \ln R - \ln Q \quad (1)$$

ここで、 M は安全余裕、 R は耐力、 $Q(=S_1+S_2+\dots+S_n)$ を荷重効果とする。

このとき、安全余裕 M は正規変数となるから、設計条件式は次式で表される。

$$P[M < 0] = \Phi \left(\frac{0 - (\lambda_R - \lambda_Q)}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \right) < \Phi(-\beta_T) \quad (2)$$

ここで、 P は破壊確率、 λ_x 、 ζ_x はそれぞれ基本変数 X の中央値および対数標準偏差、 β_T は、目標信頼性指標である。

(2)式より、設計条件式は次式で表される。

$$\lambda_R - \lambda_Q > \beta_T \cdot \sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2} \quad (3)$$

ここで、

$$\zeta_{M^*} = \sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2} \quad (4)$$

(4)式を展開すると、

$$\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2} = \frac{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}}$$

$$= \frac{\zeta_R}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \cdot \zeta_R + \frac{\zeta_S}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \cdot \zeta_S$$

$$= \alpha_R \cdot \zeta_R + \alpha_S \cdot \zeta_S \quad (5)$$

ここに、 α_R 、 α_S は分離係数で、次式で与えられる。

$$\alpha_R = \frac{\zeta_R}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}}, \quad \alpha_S = \frac{\zeta_S}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \quad (6)$$

(4)、(5)式を(3)式に代入すると設計条件式は次式となる。

$$\lambda_R - \alpha_R \cdot \beta_T \cdot \zeta_R > \lambda_Q + \alpha_Q \cdot \beta_T \cdot \zeta_Q \quad (7)$$

一方、 X の中央値 λ_X は次式で表される。

$$\lambda_X = \ln \left(\frac{\mu_X}{\sqrt{1 + V_X^2}} \right) \quad (8)$$

(8)式を(7)式に代入すると、次式で表される荷重・耐力係数形式の設計条件式が得られる。

$$\frac{\mu_R}{\sqrt{1 + V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta_T \cdot \zeta_R) > \frac{\mu_Q}{\sqrt{1 + V_Q^2}} \cdot \exp(\alpha_Q \cdot \beta_T \cdot \zeta_Q) \quad (9)$$

(9)式を、耐力の公称値 R_n 、荷重の基本値 S_n 、および荷重係数 ϕ 、耐力係数 γ を用いて表すと次式となる。

$$\phi \cdot R_n > \gamma \cdot S_n \quad (10)$$

ここに、

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta_T \cdot \zeta_R) \frac{\mu_R}{R_n} \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + V_Q^2}} \cdot \exp(\alpha_Q \cdot \beta_T \cdot \zeta_Q) \frac{\mu_Q}{Q_n} \quad (12)$$

耐力係数は(11)式、荷重係数はそれぞれの荷重について(12)式により近似的に評価することができる。

なお、限界状態設計指針で提案されている荷重の基本値は表1に示すとおりである。

2.3 分離係数の略算法

耐力 R および荷重効果 S_1, S_2, \dots, S_n がすべて正規変数ならば、分離係数は次式で表される。

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sigma_M}, \quad \alpha_{Si} = \frac{\sigma_{Si}}{\sigma_M} \quad (13)$$

ここに、 $\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{S1}^2 + \dots + \sigma_{Sn}^2}$ である。

組み合わせ荷重 $Q = S_1 + S_2 + \dots + S_n$ について考えると、完全余裕 M は、

$$M = \ln R - \ln Q$$

$$= \ln R - \ln(S_1 + S_2 + \dots + S_n) \quad (14)$$

ただし、 S_1, S_2, \dots, S_n は一般に、それぞれの荷重効果の分布に従う。

荷重・耐力係数の設定において、建築物の限界状態設計指針ではフロー1（簡易法）およびフロー2（略算法）を示している。各荷重 S_i の分離係数 α_{Si} の評価には(13)式の σ_M を σ_Q に置き換えて算定する。フロー2の略算法について、具体的な手順は以下のとおりである。

1. 荷重の和 Q の統計量を、各荷重 S_i の統計量より求める。

$$\mu_Q = \sum_i \mu_{Si}, \quad \sigma_Q = \sqrt{\sum_i \sigma_{Si}^2}, \quad V_Q = \frac{\sigma_Q}{\mu_Q} \quad (15)$$

2. $\ln R$ と $\ln Q$ の標準偏差および $\sigma_{\ln M}$ を求める。

$$\sigma_{\ln R} = \sqrt{\ln(1 + V_R^2)} = V_R \quad (16)$$

$$\sigma_{\ln Q} = \sqrt{\ln(1 + V_Q^2)} = V_Q \quad (17)$$

$$\sigma_{\ln M} = \sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln Q}^2} = \sqrt{V_R^2 + V_Q^2} \quad (18)$$

3. 次に、 R と Q の分離係数 α_R 、 α_Q を求める。

4. (13)式より各荷重の分離係数 α_{Si} を求め、

$$\sum \alpha_{Si}^2 = \sqrt{1 - \alpha_R^2} \quad \text{となるように基準化する。}$$

$$\alpha_{Si} = \frac{\sigma_{Si}}{\sigma_Q} \cdot \sqrt{1 - \alpha_R^2} \quad (19)$$

(15)～(18)式を(6)式および(19)式に代入することにより、 α_R 、 α_{Si} は、次の一般式により算出される。

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum \sigma_{Si}^2}} \cdot u \quad (20)$$

$$\alpha_{Si} = \frac{\sigma_{Si}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum \sigma_{Si}^2}} \cdot u \quad (21)$$

ここに、 $\sigma_R = V_R \cdot \sum \mu_{Si}$ 、 u は略算法の近似精度を考慮した安全係数であり、標準的に1.05を用いることを推奨している。

なお、(20)式および(21)式は、指針案では取り扱いの容易さから、標準偏差ではなく変動係数を用いた表現となっている。

3 略算法の検討

上記の略算法では、荷重・耐力係数を算定する際には、(a)荷重の確率分布関数を「等価」な対数正規変数に近似、(b)分離係数算定の際に対数正規変数の和を対数正規変数に近似、といった取り扱いを行っており、これらの精度は各基本変数の統計的性質に大きく依存する。条件によって達成される信頼性水準と目標信頼性水準は大きく異なる可能性があるため、略算法の実用化にはその誤差の把握が必要である。したがって、上記についてその適用範囲を検討する。なお、以下では、耐力および従の荷重は対数正規変数であると仮定し、また、特に断りが無

い限り、(20)、(21)式において $u=1.0$ としている。

3.1 単一荷重の検討

単一の荷重がかかる場合の検討は、 $M=\ln R-\ln S_1$ である。荷重が単独で作用し、かつ、対数正規分布に従う場合に、略算法による荷重・耐力係数を用いて設計した場合に達成される信頼性水準 β は、目標信頼性指標 β_T に一致する。したがって、荷重が非対数正規変数の場合の β と β_T との差異は、対数正規近似による誤差といえる。図 1 は、表 2 に示す確率モデルを用いた、略算法による荷重・耐力係数を用いて達成される信頼性水準 β と荷重の年最大値の変動係数との関係を示す。なお、以下では、 β はモンテカルロ法による確率解析法によって算定した。

図 1 では、略算法によって達成される信頼性は、荷重の確率分布および目標信頼性水準に大きく依存している。図 1(a) では $V_S \geq 0.5$ の範囲では目標信頼性より高い信頼性の設計となる。

3.2 荷重の組み合わせ

2 つの荷重が作用する場合、および、4 つの荷重が作用する場合を例に、略算法の精度と適用性について検討する。

2 つの荷重および耐力がすべて対数正規分布に従う場合、略算法による荷重・耐力係数を用いて達成される信頼性水準を図 2 に示す。ここでは、表 3 に示す確率モデルを想定している。主の荷重 S_2 の平均値が従の荷重 S_1 の平均値と等しく支配性が相対的に低い Case1 では危険側の評価となっている。固定荷重の変動係数を想定した $V_{S1}=0.1$ の場合は、いずれの場合も絶対的な誤差は小さく目標信頼性水準はほぼ満足されているが、 $V_{S1}=0.4$ の場合は主の荷重の支配性が小さな場合は、略算法は若干危険側の評価となり、 β_T が小さいほどその誤差は大きくなる。

つぎに、対数正規分布に従う 4 つの荷重による組み合わせ荷重 $S=S_1+S_2+S_3+S_4$ が作用する場合について、略算法によって達成される信頼性水準を、図 3 に示す。ここでは、表 4 に示す確率モデルを想定している。

CaseA および CaseC は、主の荷重 S_4 の平均値が大きく支配性が相対的に大きな場合、CaseB は、すべての荷重の平均値が等しい場合である。CaseD は CaseC に対し S_3 の変動係数を 1.0 として、 S_4 の支配性を相対的に小さくしたものである。

全体的に $\beta_T=1$ の場合は危険側の評価となり、ここでは分布による誤差を含まないため性能関数における仮定の誤差が比較的大きいということが分かった。

4 まとめと今後の方針

本研究では今までに、日本建築学会限界状態設計法小委員会により建築物の限界状態設計指針に示されている

荷重・耐力係数の略算法について、その精度と適用性の検討を行った。この略算法による荷重・耐力係数を用いて設計したときに達成される信頼性水準は、目標信頼性水準や荷重の変動係数に大きく依存し、安全側過ぎる場合もあり、性能関数における誤差は思ったより大きいことが分かった。

今後の方針としては、さまざまな荷重の分布型を考慮した限界状態設計法におけるより実用的な荷重・耐力係数設計法の検討を行う。

参考文献

- 1) 日本建築学会限界状態設計法小委員会：建築物の限界状態設計指針 第 1 版，1999.9
- 2) 日本建築学会限界状態設計法小委員会：建築物の限界状態設計指針 第 2 版，2000.10
- 3) 伊藤 学，亀田 弘行：土木・建築のための確率・統計の基礎，丸善
- 4) 星野 勝，石井 清：構造物の信頼性設計法，鹿島出版会，1986
- 5) 日本建築学会：建築物の荷重指針・同解説，1993